

# КРУЖОК ПО МАТЕМАТИКЕ. ЗАНЯТИЕ 9.

# Метод математической индукции

- Пусть дана последовательность пронумерованных утверждений или выражений  $N_1, N_2, \dots, N_k$  (конечная или бесконечная). Мы сможем доказать все эти утверждения, если докажем, что:
  - 1)  $N_1$  — верно;
  - 2) Если истинно  $N_k$ , то истинно и  $N_{k+1}$  (для любого натурального номера  $k$ ).
- Действительно, в этом случае истинно первое утверждение (п.1), тогда по п.2 истинно и второе, а значит, и третье, и т.д.
- Этот метод доказательства последовательности утверждений называется методом математической индукции. Он состоит из двух вышеуказанных этапов. Первый из них называется **база индукции**, а второй — **переход индукции** или шаг индукции.

# Метод математической индукции

- Докажите тождество:  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$  для любого натурального  $n$ .
- Докажите неравенство  $2^n > n$  для произвольного натурального  $n$ .
- Докажите, что  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$  для всех натуральных  $n$ .

# Метод математической индукции

- Несколько прямых делят плоскость на части. Докажите, что эти части можно раскрасить в два цвета так, что любые две граничащие (то есть имеющие общую сторону) части будут раскрашены в разные цвета.
- Найдите все натуральные  $n$ , при которых  $2n$  не больше, чем  $n^2$ .
- Проведём в выпуклом многоугольнике некоторые диагонали так, что никакие две из них не пересекаются (из одной вершины могут выходить несколько диагоналей). Доказать, что найдутся по крайней мере две вершины многоугольника, из которых не проведено ни одной диагонали.

# Метод математической индукции

- $n$  разбойников делят добычу. У каждого из них свое мнение о ценности той или иной доли добычи, и каждый из них хочет получить не меньше, чем  $1/n$  долю добычи (со своей точки зрения). Придумайте, как разделить добычу между разбойниками.

# Метод математической индукции

- У бородатого многоугольника во внешнюю сторону растёт щетина. Его пересекает несколько прямых, на каждой из которых с одной из сторон тоже растёт щетина. В результате многоугольник оказался разбитым на некоторое число частей. Докажите, что хотя бы одна из частей окажется бородатой снаружи.

**Спасибо за внимание!**

